

AP 2003 - AIII

BE 1.0 Für alle Körper, die sich antriebslos auf einer Kreisbahn mit dem Radius  $R$  und der Umlaufdauer  $T$  um ein Zentralgestirn mit der Masse  $m_Z$  bewegen, gilt das 3. keplersche Gesetz  $\frac{T^2}{R^3} = C$ , wobei  $C$  eine Konstante ist.

3 1.1 Zeigen Sie mit Hilfe des Gravitationsgesetzes, dass für die Konstante  $C$  gilt:  $C = \frac{4 \cdot \pi^2}{G^* \cdot m_Z}$ , wobei  $G^*$  die Gravitationskonstante ist.

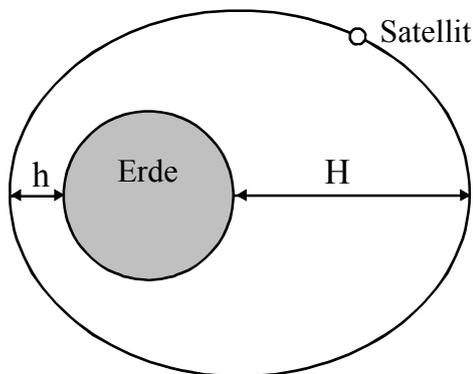
2 1.2 Die Masse der Erde beträgt  $m_E = 5,977 \cdot 10^{24}$  kg.  
Berechnen Sie die Konstante  $C_E$  des 3. keplerschen Gesetzes für Körper, die sich antriebslos um die Erde bewegen.

1.3.0 Ein Satellit bewegt sich antriebslos im Gravitationsfeld der Erde.  
Man bezeichnet diesen Satelliten als Synchronsatelliten der Erde, wenn er von der Erde aus betrachtet stillzustehen scheint.

3 1.3.1 Geben Sie an, welche Bedingungen die Bewegung des Satelliten erfüllen muss, damit er sich als Synchronsatellit um die Erde bewegt.

6 1.3.2 Die Umlaufbahn eines Synchronsatelliten der Erde besitzt den Radius  $R_{\text{syn}}$ .  
Berechnen Sie  $R_{\text{syn}}$  und den Betrag der Bahngeschwindigkeit eines Synchronsatelliten.

1.4.0



Am 31. Januar 1958 gelingt es den Raumfahrtbehörden der USA erstmals einen Satelliten in eine Erdumlaufbahn zu bringen. Der Satellit bewegt sich antriebslos auf einer Ellipsenbahn (siehe nebenstehende, nicht maßstabsgetreue Skizze).

Die geringste Höhe über der Erdoberfläche beträgt  $h = 360$  km, die größte Höhe  $H = 2547$  km.

Die größte Geschwindigkeit des Satelliten auf der Ellipsenbahn hat den Betrag  $v_{\text{max}} = 8,22 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ .

Der Erdradius beträgt  $r_E = 6,368 \cdot 10^6$  m.

2 1.4.1 Berechnen Sie den Betrag der Gravitationsfeldstärke für den erdfernsten Punkt der Ellipsenbahn.

4 1.4.2 Berechnen Sie die Umlaufdauer  $T$  des Satelliten.

(7) 1.4.3  $v_{\text{min}}$  ist der kleinste Betrag der Bahngeschwindigkeit des Satelliten.

*Nach alten Lehrplan:*

Leiten Sie eine Formel her, mit der sich  $v_{\text{min}}$  aus den Größen  $G^*$ ,  $m_E$ ,  $h$ ,  $H$  und  $v_{\text{max}}$  berechnen lässt. Berechnen Sie  $v_{\text{min}}$  mit dieser Formel.

5 *Mit dem 2. keplerschen Gesetz (und damit nach aktuellen Lehrplan):*

Leiten Sie eine Formel her, mit der sich  $v_{\text{min}}$  aus den Größen  $r_E$ ,  $h$ ,  $H$  und  $v_{\text{max}}$  berechnen lässt. Berechnen Sie  $v_{\text{min}}$  mit dieser Formel.